

08.11.23

Математика

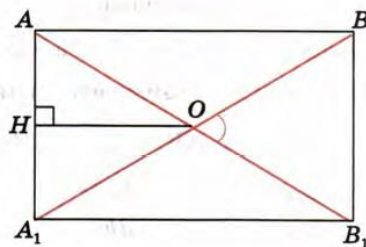
Тема: «Тела вращения»

41

Угол между диагоналями развертки боковой поверхности цилиндра равен  $60^\circ$ , диагональ равна 6 м. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Решение.

На рисунке изображена развертка боковой поверхности цилиндра — прямоугольник  $AA_1B_1B$ , где  $AA_1$  и  $BB_1$  — \_\_\_\_\_ цилиндра. По условию  $\angle AOA_1 = \_\_\_\_\_\_$ ,  $AB_1 = \_\_\_\_\_\_$



1) Так как в прямоугольнике  $AA_1B_1B$   $AB_1 \_\_\_\_\_\_ A_1B$ ,  $AO \_\_\_\_\_\_ OB_1$  и  $A_1O \_\_\_\_\_\_ OB$ , то треугольник  $AOA_1$  — \_\_\_\_\_. Следовательно, его высота  $OH$  является \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_. Поэтому  $AH = \_\_\_\_\_\_ AA_1$ ,  $\angle AOH = \_\_\_\_\_\_$ ,  $AH = AO \cdot \sin \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \_\_\_\_\_\_$ ,  $HO = AO \cdot \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_$ ,  $AA_1 = \_\_\_\_\_\_ AH = \_\_\_\_\_\_$ ,  $AB = \_\_\_\_\_\_ HO = \_\_\_\_\_\_$

2) Пусть  $r$  — радиус цилиндра, тогда  $AB = \_\_\_\_\_\_ r$ , т. е.  $2\pi r = \_\_\_\_\_\_$ , откуда  $r = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}$

3)  $S_{\text{цпл}} = S_{\text{бок}} + 2 \_\_\_\_\_\_$ , где  $S_{\text{бок}} = AB \cdot \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ (м^2)$ ,  $S_{\text{осн}} = \pi \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ (м^2)$ .

Итак,  $S_{\text{цпл}} = \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ (м^2)$ .

Ответ. \_\_\_\_\_

42

Цилиндр получен вращением прямоугольника со сторонами  $a$  и  $2a$  вокруг большей стороны. Найдите площадь:

- а) осевого сечения цилиндра;
- б) боковой поверхности цилиндра.

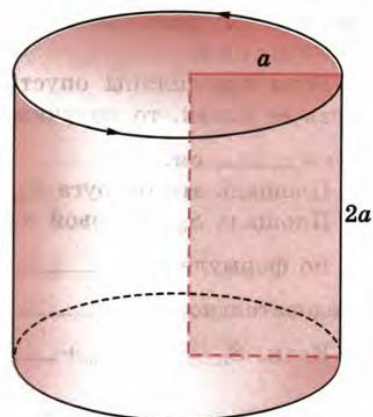
Решение.

Пусть  $r$  — радиус цилиндра,  $h$  — его высота. По условию  $r = \_\_\_\_\_\_$ ,  $h = \_\_\_\_\_\_$

а)  $S_{\text{сеч}} = 2a \cdot \_\_\_\_\_\_ = 4 \_\_\_\_\_\_$

б)  $S_{\text{бок}} = 2\pi \_\_\_\_\_\_ h = \_\_\_\_\_\_ \cdot a \cdot \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ \pi \_\_\_\_\_\_$

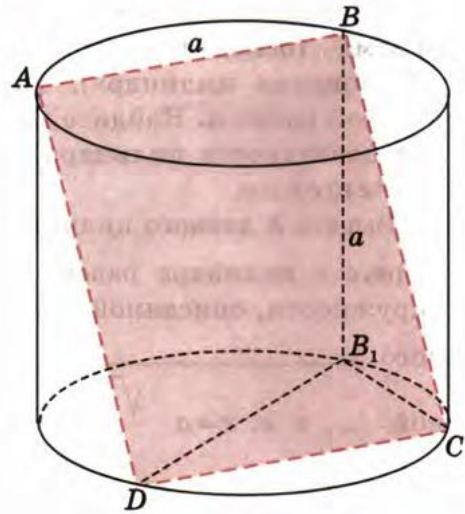
Ответ. а) \_\_\_\_\_ ; б) \_\_\_\_\_



Вершины  $A$  и  $B$  прямоугольника  $ABCD$  лежат на окружности одного из оснований цилиндра, а вершины  $C$  и  $D$  — на окружности другого основания. Вычислите радиус цилиндра, если его образующая равна  $a$ ,  $AB = a$ , а угол между прямой  $BC$  и плоскостью цилиндра равен  $60^\circ$ . (Задача 602 учебника.)

Решение.

1) Пусть  $BB_1$  — образующая цилиндра, тогда отрезок  $BB_1$  — перпендикуляр к \_\_\_\_\_ основания и поэтому прямая  $B_1C$  — проекция прямой \_\_\_\_\_ на плоскость \_\_\_\_\_ цилиндра. Следовательно, угол между



\_\_\_\_\_  $BC$  и плоскостью \_\_\_\_\_ цилиндра равен углу \_\_\_\_\_. По условию  $\angle BCB_1 = \text{_____}$ ,  $BB_1 = \text{_____}$ , поэтому  $B_1C = \frac{BB_1}{\sin \text{_____}} = \text{_____}$

2) Так как по условию  $BC \perp \text{_____}$ , то  $B_1C \perp \text{_____}$  (по обратной теореме \_\_\_\_\_), т. е.  $\angle B_1CD = \text{_____}$ . Поэтому отрезок  $B_1D$  — \_\_\_\_\_ основания цилиндра.

3) В прямоугольном треугольнике  $B_1CD$   $CD = \text{_____} = a$ ,  $B_1C = \text{_____}$ , следовательно,  $B_1D = \sqrt{CD^2 + \text{_____}} = \sqrt{\text{_____} + \text{_____}} = \text{_____}$ . Поэтому радиус цилиндра равен \_\_\_\_\_

Ответ. \_\_\_\_\_

Найдите радиус цилиндра, имеющего наибольшую площадь боковой поверхности, если периметр его осевого сечения равен 12 м.

Решение.

Пусть радиус цилиндра равен  $r$ , тогда высота цилиндра равна  $\text{_____} - 2r$ ,

$$S_{\text{бок}} = \text{_____} r(6 - 2\text{_____}) = 4\pi(-r^2 + \text{_____}).$$

Квадратный двучлен \_\_\_\_\_ +  $3r$  имеет корни  $r = \text{_____}$  и  $r = \text{_____}$ . Поэтому  $S_{\text{бок}}$  имеет наибольшее значение, если  $r = \text{_____}$  м.

Ответ. \_\_\_\_\_

